

-Eesti LXIV matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
17.jaanuaril 2017.a. Tallinnas
XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia kõik täisarvude paarid (a, b) , mille korral kehtib võrdus: $ab = a^2 + b$.
2. Jaamade A ja B vaheline kaugus on s km. Rong väljus jaamast A jaama B suunas t minutit planeeritust hiljem. Selleks, et jõuda jaama B esialgse graafiku järgi, pidi rong tõstma keskmist kiirust p km/h võrra, mille tulemusena ta jõudis jaama B õigel ajal. Milline oleks rongi keskmine kiirus, kui ta väljuks jaamast A õigel ajal ja liiguks graafiku järgi?
3. Tõestada, et $2^n > n^2$, kui $n \in \mathbb{Z}$ ja $n > 4$.
4. Kolmnurgas ABC kõrgus AH lõikab mediaani BM pooleks. Tõestage, et kolmnurgas BMC ka leidub kõrgus, mis sammuti lõikab mediaani pooleks.
5. Kotis on 2017 münti. Jüri ja Peeter mängivad mängu, kus nad kordamööda võtavad kotist münte. Ühe korraga mängija saab võtta 7, 9 või 11 münti. Kui mängija ei saa võtta vähemalt 7 münti kotist, siis ta on kaotanud. Kes mängijatest võidab, kui esimene käib Jüri ja mõlemad mängijad mängivad optimaalse strateegia järgi?